	Les tableaux de Karnaugh	Dossier élève	1°SI
CI.11, I6 – C22	***Electronique numérique***	9 novembre 2005 (08:16)	

Un tableau de Karnaugh est aussi appelé diagramme K ou *K-map* (en anglais).

1. A quoi ça sert ?

Il permet la réduction des équations logiques, **graphiquement**.

On évite les calculs sur les équations booléennes, qui peuvent induire des erreurs, et dont la rapidité dépend de l'habileté de celui qui les manie.

2. A savoir.

– On se limite en général à quatre variables (A, B, C, D). Au-delà, les tableaux deviennent souvent trop compliqués.

– Le tableau de Karnaugh donne l'équation minimale de ce qu'on lui donne.

3. Un exemple.

On a une table de vérité :

A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

3.1. Méthode de l'algèbre de Boole.

Pour trouver l'équation normalement, on établit toutes les possibilités en ET, séparées par des OU, puis on réduit l'équation obtenue. Ici, les trois possibilités qui permettent d'avoir Q au NL1 sont $Q_1=\overline{A}\cdot B$ (deuxième ligne), $Q_2=A\cdot\overline{B}$ (troisième ligne) et $Q_3=A\cdot B$ (quatrième ligne). On obtient alors $Q=Q_1+Q_2+Q_3$ soit $Q=\overline{A}\cdot B+A\cdot\overline{B}+A\cdot B$

Il faut maintenant simplifier cette équation.

$Q=\overline{A}\cdot B+A\cdot\overline{B}+A\cdot B$

$Q=\overline{A}\cdot B+A\cdot(\overline{B}+B)$ ↲ factorisation

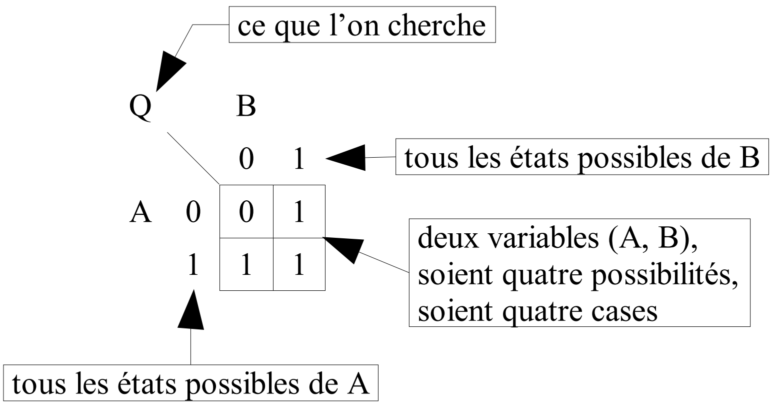
$Q=\overline{A}\cdot B+A\cdot(1)$ ↲ identité en OU

$Q=\overline{A}\cdot B+A$ ↲ identité en ET

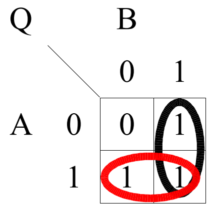
$\boxed{Q=A+B}$ ↲ absorption

3.2. Méthode utilisant le tableau Karnaugh.

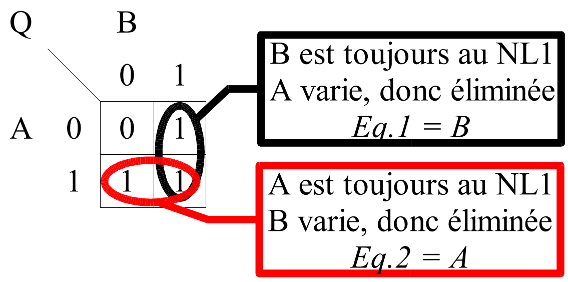
3.2.1. On trace un tableau correspondant à la table de vérité.



3.2.2. On regroupe les NL1 par puissances de 2 ($2^n = 1, 2, 4, 8, ...$), en choisissant les plus grands regroupements possibles. Chaque groupement doit avoir une forme de carré ou de rectangle.



3.2.3. On établit l'équation de chaque groupement. Pour cela, on regarde si, au sein d'un même groupement, en passant d'un NL1 à l'autre les variables changent d'état. Toute variable qui change d'état est éliminée.



Dans le groupement horizontal, en passant du NL1 de gauche au NL1 de droite, on voit que A reste au NL1, et que B passe du NL0 au NL1. La variable B est donc éliminée de l'équation.

3.2.4. On établit l'équation générale :
Q = *Eq.1* + *Eq.2* + *Eq.3* + ...
Ici, $\boxed{Q = B + A}$

On retrouve la même équation que dans le cas de l'étude par l'algèbre de Boole : un OU logique.

4. Les simplifications que permettent les tableaux de Karnaugh.

Q		B	
		0	1
A	0	1	0
	1	1	0

Avec 1 groupement de 2 $Q=\overline{B}$

Sans groupement $Q=\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{B}$

$Q=\overline{B}\cdot(\overline{A}+A)$

$Q=\overline{B}\cdot(1)$

$Q=\overline{B}$

Q		B	
		0	1
A	0	0	0
	1	1	1

Avec 1 groupement de 2 $Q=A$

Sans groupement $Q=A\cdot\overline{B}+A\cdot B$

$Q=A\cdot(\overline{B}+B)$

$Q=A\cdot(1)$

$Q=A$

Q		B	
		0	1
A	0	1	0
	1	0	1

Pas de groupement possible, donc pas de simplification.

Sans groupement $Q=\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot B$

Q		B	
		0	1
A	0	1	0
	1	1	1

Avec 2 groupements de 2 $Q=A+\overline{B}$

Sans groupement $Q=\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{B}+A\cdot B$

$Q=\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot(\overline{B}+B)$

$Q=\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot(1)$

$Q=\overline{A}\cdot\overline{B}+A$

$Q=A+\overline{B}$

Q		B	
		0	1
A	0	1	1
	1	1	1

Avec 1 groupement de 4 $Q=1$

Sans groupement $Q=\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B+A\cdot\overline{B}+A\cdot B$

$Q=\overline{A}\cdot(\overline{B}+B)+A\cdot(\overline{B}+B)$

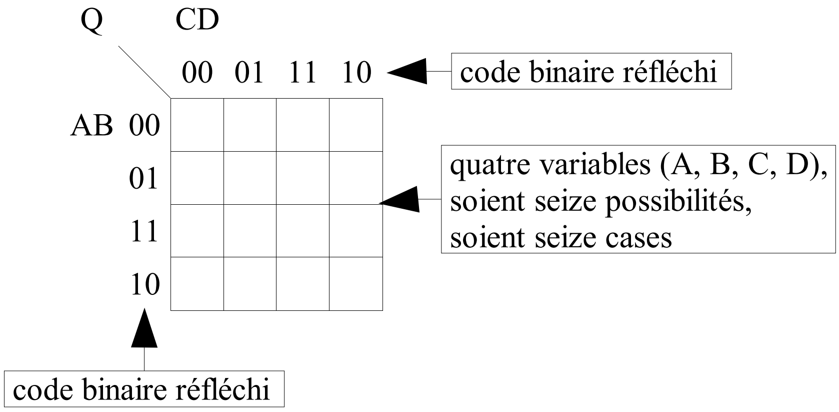
$Q=\overline{A}\cdot(1)+A\cdot(1)$

$Q=\overline{A}+A$

$Q=1$

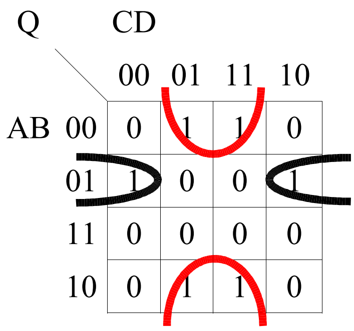
5. Les règles.

– Les progressions binaires sont en **binaire réfléchi**.

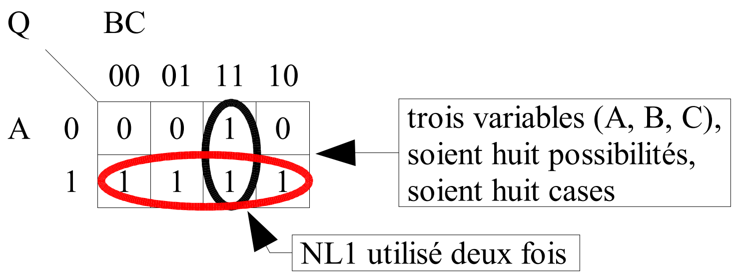


– Les groupements se font par puissances de 2 (2^n = 1, 2, 4, 8, ...). On choisit toujours les groupements les plus grands possibles. Un groupement doit toujours avoir une forme de carré ou de rectangle.

– Il est possible de faire des groupements d'un coté à l'autre du tableau (et de haut en bas), comme s'il s'agissait d'un cylindre.



– On peut utiliser un NL1 du tableau plusieurs fois.



– Un groupement n'est pas à faire si tous les NL1 sont déjà utilisés au moins une fois. Si un tel regroupement est fait, il va engendrer l'ajout d'un terme inutile à l'équation.